



INSTITUT DE FRANCE
Académie des sciences

Inria



VILLE DE NICE

UNIVERSITÉ
CÔTE D'AZUR 

Académie en région à Nice et Sophia Antipolis

Transport optimal pour le traitement numérique de la géométrie

Pierre Alliez
Inria Sophia Antipolis - Méditerranée

Le transport optimal est un outil mathématique puissant à l'interface entre le calcul des variations, les probabilités et les équations aux dérivées partielles. Récemment, des concepts théoriques du transport optimal ont été étendus au traitement numérique de la géométrie, où des formes sont vues comme des densités de probabilités, et des mesures brutes sont vues comme des mesures discrètes, c'est-à-dire des distributions de masses. Après avoir impacté le domaine de l'analyse d'images, le transport optimal appliqué au traitement de la géométrie permet de résoudre des problèmes dont la complexité intrinsèque les rendait insolubles.

La première partie de mon exposé décrit un nouveau cadre pour la reconstruction robuste de formes, dans lequel nous reformulons la reconstruction et la simplification de formes comme un problème de transport entre mesures discrètes [1, 2]. Notre formulation se distingue de la formulation classique du problème de transport dans le sens où la mesure cible n'est pas connue a priori et doit être calculée par optimisation. Cette approche offre un traitement unifié pour la robustesse aux incertitudes de mesures et aux données aberrantes.

La seconde partie de mon exposé présente une nouvelle approche pour calculer des fonctions de correspondance (des homéomorphismes) entre deux surfaces discrètes représentées sous la forme de maillages triangulaires [3]. Tandis que la plupart des approches précédentes composent des cartes sur des domaines intermédiaires, aboutissant à une correspondance inter-surface sous-optimale, nous calculons directement une fonction de correspondance en optimisant un plan de transport de masses entre deux surfaces. Dans ce cadre, l'optimisation consiste à minimiser la variance géodésique des images de voisinages locaux via le plan de transport (voir figure 1).

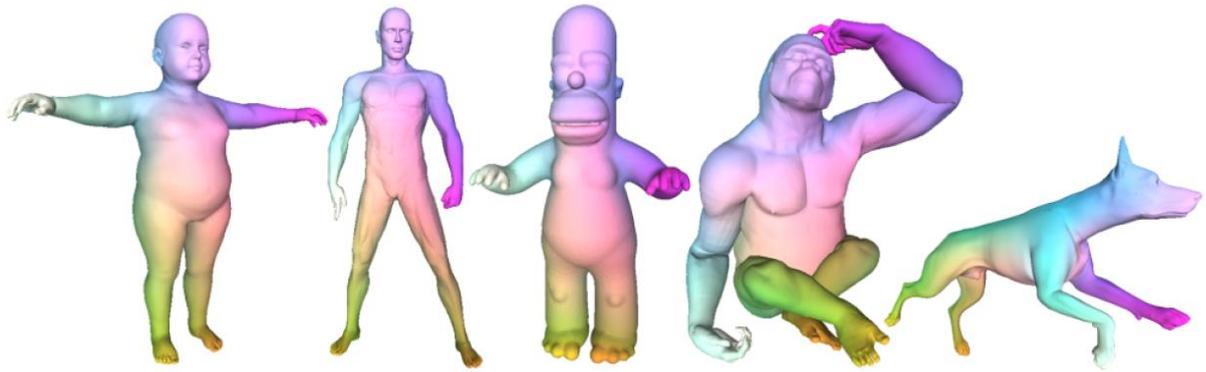


Figure 1. Notre algorithme génère une fonction de correspondance dense entre des surfaces non isométriques via le calcul d'un plan de transport minimisant les variances locales (géodésiques) de fonctions locales. Seules deux contraintes définies par l'utilisateur ont été prescrites dans ces modèles, aux extrémités des membres et diamétralement opposés. Les couleurs sont utilisées pour indiquer les correspondances entre tous ces modèles.

Références

- [1] F. De Goes, D. Cohen-Steiner, P. Alliez, M. Desbrun. *An Optimal Transport Approach to Robust Reconstruction and Simplification of 2D Shapes*. Computer Graphics Forum, EUROGRAPHICS Symposium on Geometry Processing, 2011.
- [2] J. Digne, D. Cohen-Steiner, P. Alliez, F. De Goes, M. Desbrun. *Feature-Preserving Surface Reconstruction and Simplification from Defect-Laden Point Sets*. Journal of Mathematical Imaging and Vision, 2013.
- [3] M. Mandad, D. Cohen-Steiner, L. Kobbelt, P. Alliez, M. Desbrun. *Variance-Minimizing Transport Plans for Inter-surface Mapping*. ACM Transactions on Graphics, SIGGRAPH 2017.